

지원 학부 · 과(전공)

수험번호

성명

1. 다음 초깃값 문제의 해를 구하면? [3.5점]

$$y' = y(1-y), \quad y(0) = \frac{1}{2}.$$

① $y = \frac{1}{1+e^{-x}}$

② $y = \frac{1}{1+e^x}$

③ $y = \frac{1}{1+e^{-2x}}$

④ $y = \frac{1}{1+e^{2x}}$

2. 곡선 $y = \arctan x$ 에 접하고 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 두 직선의 y 절편 사이의 거리를 d 라 할 때, d 가 속하는 범위는? [3.5점]

① $0 < d \leq \frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2} < d \leq 1$

③ $1 < d \leq \frac{3}{2}$

④ $d > \frac{3}{2}$

3. 함수 $f_{m,n}(x)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은? [4.0점]

$$f_{m,n}(x) = \begin{cases} x^m \sin \frac{1}{x^n}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

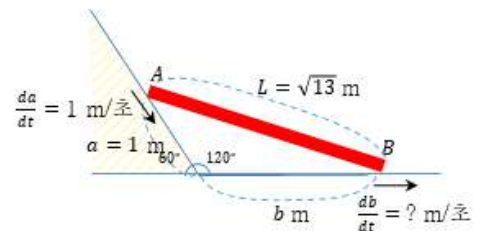
① $y = f_{0,1}(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

② $y = f_{1,1}(x)$ 는 최솟값이 존재하지 않는다.

③ $y = f_{2,1}(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

④ 극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} f_{1,2}(x) = 1$ 이다.

4. 길이 $L = \sqrt{13}$ m의 막대 AB 가 60° 경사면을 따라 미끄러진다. 막대 끝 A 가 경사면을 따라 1m/초의 일정한 속도로 내려온다고 하자. A 가 경사면을 1m 남긴 위치를 지나갈 때, 막대의 반대쪽 끝 B 가 바닥에서 움직이는 속도는? [4.5점]



① $\frac{5}{7}$ m/초

② $\frac{4}{5}$ m/초

③ $\frac{5}{4}$ m/초

④ $\frac{7}{5}$ m/초

5. 미분방정식과 일반해의 연결이 잘못된 것은? [4.5점]

- ① $y'' + 4y' = 0 : y = c_1 + c_2 e^{-4x}$
- ② $y'' + 4y = 0 : y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$
- ③ $y'' + 4y' + 4 = 0 : y = c_1 + c_2 e^{-4x} - x$
- ④ $y'' + 4y' + 4y = 0 : y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$

6. 공간상의 점 (x, y, z) 가 $x^2 + y^2 + z^2 = 8$, $x - y = 0$ 을 만족할 때, $f(x, y, z) = xy + z^2$ 의 최솟값은? [4.0점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8

7. 구간 $0 \leq x \leq 10$ 에서 함수 $f(x) = x + \sin \pi x$ 의 평균변화율과 $f'(c)$ ($0 < c < 10$)가 같아지는 점 c 의 개수는? [4.0점]

- ① 0 ② 5 ③ 10 ④ 20

8. $f(x) = \int_8^{x^3} \ln(t^2 + 4) dt$ 에 대하여, $y = f(x)$ 와 점 $(2, 0)$ 에서 접하는 직선의 y 절편은? [3.5점]

- ① $-4 \ln 6$ ② $-2 \ln 68$
- ③ $-48 \ln 6$ ④ $-24 \ln 68$

9. 이상적분 $\int_0^1 x \ln 4x dx$ 의 값은? [4.0점]

- ① $\ln 2 - \frac{1}{4}$ ② $\ln 2 - \frac{1}{2}$
- ③ $\ln 2 - \frac{3}{4}$ ④ $\ln 2 - 1$

10. 중심이 원점이고 반지름이 2인 원을 따라 반시계 방향으로 한 바퀴 도는 입자에 대하여, 힘 $\mathbf{F}(x,y) = y^3\mathbf{i} + (x^3 + 3xy^2)\mathbf{j}$ 가 한 일은? [4.5점]

- ① 11π ② 12π ③ 13π ④ 14π

11. a_n 을 다음과 같이 정의할 때, a_{2020} 의 값은? [4.0점]

$$a_n = \int_{-1}^1 x^2 (\cos n\pi x + \sin n\pi x) dx.$$

- ① $-\frac{8}{3(2020\pi)^3}$ ② $-\frac{4}{(2020\pi)^2}$
 ③ $\frac{4}{(2020\pi)^2}$ ④ $\frac{8}{3(2020\pi)^3}$

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [3.5점]

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n2^n}{3^n}$ 은 수렴한다.

ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{1}{n}$ 은 발산한다.

ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0$ 이면, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이다.

ㄹ. $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 이 유계이면, $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
 ③ ㄴ, ㄹ ④ ㄷ, ㄹ

13. $\int_0^{\pi} \int_x^{\pi} \frac{\sin y}{y} dy dx$ 의 값은? [4.0점]

- ① 2 ② 3 ③ π ④ 4

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [4.0점]

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이면, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 수렴한다.

ㄴ. 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 모두 발산하면,

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 도 발산한다.

ㄷ. 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ 이 모두 수렴하면,

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 도 수렴한다.

ㄹ. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
 ③ ㄴ, ㄹ ④ ㄷ, ㄹ

15. 다음 삼중적분의 값은? [4.5점]

$$\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{8-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} dz dy dx.$$

- ① $\frac{(32-16\sqrt{2})\pi}{3}$ ② $\frac{(64-32\sqrt{2})\pi}{3}$
 ③ $\frac{(128-64\sqrt{2})\pi}{3}$ ④ $\frac{(256-128\sqrt{2})\pi}{3}$

16. 곡선 $x = (y-1)^2$ 과 직선 $x=9$ 로 둘러싸인 영역을 직선 $y=5$ 를 축으로 하여 회전시켰을 때 얻어지는 회전체의 부피는? [4.5점]

- ① 120π ② 144π ③ 240π ④ 288π

17. 두 벡터 $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ 에 대하여, \mathbf{u} 의 \mathbf{v} 로의 정사영 $\text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u}$ 와 외적 $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ 를 두 변으로 하는 삼각형의 면적은? [4.0점]

- ① $\frac{11\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{11\sqrt{26}}{5}$ ③ $\frac{11\sqrt{23}}{6}$ ④ $\frac{11\sqrt{26}}{6}$

18. 곡선 $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \cosh t\mathbf{j}$ ($0 \leq t \leq t_1$)의 길이는?

(단, $\cosh t_1 = 3$ 이다) [3.5점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $\sqrt{13}$

19. 공간상의 곡선에 대한 다음 설명 중 옳은 것의 개수는? [3.5점]

ㄱ. $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + a\mathbf{j} + (a^2 - t^2)\mathbf{k}$ 는 $t = a$ 에서 연속이다 (단, a 는 상수).

ㄴ. $\frac{d}{dt}(\mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{u}(t)) = \mathbf{r}'(t) \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{u}'(t)$

ㄷ. $\frac{d}{dt} \|\mathbf{r}(t)\| = \|\mathbf{r}'(t)\|$

ㄹ. $\mathbf{r}(t) = (e^t \sin t)\mathbf{i} + (e^t \cos t)\mathbf{j}$ 일 때, $\mathbf{r}(t)$ 와 $\mathbf{r}''(t)$ 는 항상 서로 수직이다.

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4

20. 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{y}\mathbf{i} - \frac{x}{y^2}\mathbf{j} + (2z-1)\mathbf{k} \quad (y > 0)$$

에 대하여, \mathbf{F} 의 퍼텐셜 함수(potential function)를 f 라 하고, 발산(divergence)을 $\text{div}\mathbf{F}$ 라 하자. $f(1,1,1) = 0$ 일 때 $f(2,2,2) + \text{div}\mathbf{F}(2,2,2)$ 는? [4.0점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5

21. 곡선

C 가

$$\mathbf{r}(t) = \sqrt{2}(\cos t\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j} + t\mathbf{k}) \quad (0 \leq t \leq 4\pi)$$

일 때, $\int_C (x^2 + y^2 + z^2) ds$ 의 값은? [4.0점]

- ① $3\pi(9\pi^2 + 1)$ ② $\frac{16\pi}{3}(16\pi^2 + 3)$
③ $\frac{19\pi}{3}(16\pi^2 + 5)$ ④ $7\pi(16\pi^2 + 6)$

22. 행렬 A 는 3개의 고유값(eigenvalue) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 를 갖는다. $\lambda_1\lambda_2$ 는? [4.0점]

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -17 & 8 \end{pmatrix}.$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

23. n 차 정사각행렬 A 에 대하여, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [3.5점]

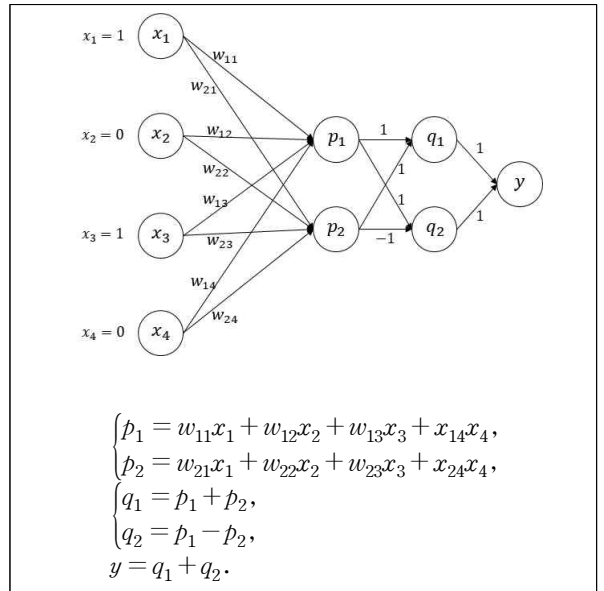
- ㄱ. A 의 전치행렬(transpose)을 A^T 라 하면, $\det(A^T) = -\det(A)$ 이다.
- ㄴ. A 의 두 열을 교환하여 얻은 행렬을 B 라 하면, $\det(B) = -\det(A)$ 이다.
- ㄷ. A 의 한 행에 k 배를 하여 얻은 행렬을 C 라 하면, $\det(C) = k \det(A)$ 이다.
- ㄹ. A 의 한 열을 그 열에 다른 한 열의 k 배를 더한 것으로 바꾸어 놓은 행렬을 D 라 하면, $\det(D) = k \det(A)$ 이다.
- ㅁ. A 가 가역행렬이면, $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$ 이다.

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ ② ㄱ, ㄷ, ㄹ
 ③ ㄴ, ㄷ, ㅁ ④ ㄴ, ㄹ, ㅁ

24. 세 점 $(0,1), (1,3), (3,4)$ 에 대한 최소제곱직선 (least squares line of best fit)은? [4.5점]

- ① $y = x + \frac{3}{2}$ ② $y = \frac{13}{14}x + \frac{10}{7}$
 ③ $y = x + \frac{11}{7}$ ④ $y = \frac{15}{14}x + \frac{11}{7}$

25. 다음 식으로 정의된 함수의 출력 y 와 목표값 \hat{y} 의 제곱오차를 $E = |y - \hat{y}|^2$ 으로 정의한다.



매개변수 w_{ij} ($1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 4$)의 값을 조절하여 입력 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 0, 1, 0)$ 에 대한 출력 y 와 목표값 $\hat{y} = 5$ 의 제곱오차 E 가 작아지도록 하고자 한다. 현재 설정된 매개변수가

$$\begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때, 다음 중 가장 적절한 설명은? [4.5점]

- ① 입력 $(1, 0, 1, 0)$ 에 대한 출력은 $y = 6$ 이다.
- ② 모든 i, j ($1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 4$)에 대하여, $\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = 2|y - \hat{y}| \frac{\partial y}{\partial w_{ij}}$ 이다.
- ③ $\frac{\partial y}{\partial w_{11}}$ 은 $\frac{\partial q_1}{\partial p_1}$ 과 $\frac{\partial q_2}{\partial p_2}$ 모두에 영향을 받는다.
- ④ 현재 설정된 매개변수 중 w_{11} 만 조금 증가시키면 제곱오차 E 가 줄어든 것이다.