

1. 다음은 0이 아닌 실수 전체에서 정의된 두 함수  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ ,  $g(x) = ax + 3$ 의 교점에 대한 설명이다 ( $a$ 는 임의의 실수). 옳은 것을 모두 고르시오.

- a.  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 교점의 개수는 3개 이하이다.  
 b.  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 서로 다른 교점의 개수가 정확히 2개가 되는 실수  $a$ 가 존재한다.  
 c.  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 교점이 없는 실수  $a$ 가 존재한다.

- ① a      ② b      ③ c      ④ a,c      ⑤ a,b

2. 정의역이  $\{x | x \geq 0\}$ 이고 공역이  $\{y | y \geq 0\}$ 인 함수  $f(x) = e^{x^3+x}$ 는 역함수를 갖는다. 최고차항의 계수가 1인 어떤 실수계수 이차함수  $g(x)$ 에 대하여  $h(x) = (f \circ g \circ f^{-1})(x)$ 로 정의할 때,  $h(1) = (h \circ h)(1) = e^{10}$ 을 만족한다고 한다.  $g(1)$ 의 값을 구하시오.

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

3. 실수  $x$ 에 대하여  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 가장 큰 정수이다. 주어진 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오.

- a.  $y = [x]$ 와  $y = x - 1$ 은 무한히 많은 교점을 갖는다.  
 b. 정의역  $[-1, 1]$ 에서  $y = [x]$ 와  $y = [x^3]$ 의 그래프는 같다.  
 c.  $y = [x]$ 와  $y = \frac{2019}{2020}x$ 의 교점의 개수는 2020개이다.  
 d.  $y = [x]$ 와  $y = \frac{2019}{2020}x - \frac{2019}{2020}$ 의 교점의 개수는 2019개이다.

- ① a,b      ② a,c      ③ b,c      ④ b,d      ⑤ c,d

4. 급수  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2^n(n-2)}$ 의 값을 구하시오.

- ①  $\ln 2 + \frac{5}{2}$     ②  $\frac{9}{4} \ln 2 + \frac{11}{4}$     ③  $\frac{9}{4} \ln 2 + 2$     ④  $\frac{5}{4} \ln 2 + \frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{1}{4} \ln 2 + \frac{13}{4}$

5. 급수  $\sum_{r=2}^8 \binom{8}{r} 2^{8-r} (-3)^r$ 의 값을 계산하시오. (단,  $\binom{8}{r} = {}_8C_r$ .)

- ①  $9 \cdot 2^8 - 1$    ②  $5 \cdot 2^9 - 1$    ③  $5 \cdot 2^9 + 1$    ④  $11 \cdot 2^8 + 1$    ⑤  $13 \cdot 2^8 + 1$

6. 다음 급수들 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

a.  $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\tan\left(\frac{1}{n}\right)}{\ln n}$

b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + (-1)^n}{n^3}$

c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

d.  $\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

- ① b,d   ② a,b,c   ③ b,c,d   ④ a,b,d   ⑤ a,b,c,d

7. 3차원 공간 상의 세 점  $P=(1,1,0)$ ,  $Q=(2,1,-1)$ ,  $R=(1,-1,2)$ 을 꼭짓점으로 가지는 삼각형의 넓이를 구하시오.

- ①  $\frac{1}{2}$    ② 1   ③  $\sqrt{3}$    ④  $2\sqrt{3}$    ⑤ 2

8. 극한  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \tan x)^{1/x}$ 의 값을 구하시오.

- ①  $-e$    ②  $\frac{-1}{e}$    ③ 1   ④  $e$    ⑤  $\frac{1}{e}$

9. 3차원 공간 상에서 집합

$$\{(1, -1, 7) + r(2, 1, 3) + s(1, 5, 2) + t(-1, 1, 3) \mid 1 \leq r \leq 2, 2 \leq s \leq 4, 0 \leq t \leq a\}$$

이 나타내는 영역의 부피가 39가 되게 하는 양수  $a$  값을 구하시오.

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

10.  $0 \leq k \leq l$ 을 만족하는 모든 정수쌍  $k, l$ 에 대하여 실수  $a_{l,k}$ 가 주어져 있으며, 다음의 조건들을 만족한다.

- 1)  $a_{0,0} = 1, a_{l,0} = a_{l-1,0}$  (모든  $l \geq 1$ 에 대하여),
- 2)  $a_{l,k} = a_{l,k-1} + a_{l-1,k}$  ( $0 < k < l$ 인 모든  $k, l$ 에 대하여),
- 3)  $a_{l,l} = a_{l,l-1}$  (모든  $l \geq 1$ 에 대하여).

이 때,  $a_{6,6} - \sum_{k=0}^5 a_{5,k}$ 의 값을 구하시오.

- ① 5      ② 14      ③ 132      ④ 42      ⑤ 0

11.  $4 \times 4$  크기의 두 행렬  $A, B$ 가  $\det(A) = 2, \det(-B) = 1$ 를 만족시킬 때,  $\det(2A^{-1}B^t)$ 의 값을 구하시오. (단,  $\det$ 는 행렬식(determinant)를 의미하고,  $B^t$ 는  $B$ 의 전치 행렬(transpose)을 의미한다.)

- ① -8      ② -1      ③ 1      ④ 8      ⑤ 32

12. 다음의 행렬  $A$ 가 비가역(not invertible)이 되게 하는 모든  $x$  값들의 합을 구하시오.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & x & 0 & 0 \\ x-1 & x & 0 & 2 \\ 0 & -1 & x & -3 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{pmatrix}$$

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

13. 다음 적분값을 계산하시오.

$$\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x(1+(\ln x)^3)} dx$$

- ①  $\frac{\ln 2}{3}$    ②  $\ln 2$    ③  $\frac{\ln(1+e^3) - \ln 2}{3}$    ④  $\ln(1+e^3) - \ln 2$    ⑤  $\frac{1}{2e}$

14. 좌표 평면의 원점을 제외한 모든 부분에서 정의된 두 함수  $P(x,y) = -y/(x^2+y^2)$ ,  $Q(x,y) = x/(x^2+y^2)$ 를 생각하자.  $C_1$ 을 중심이 (2020,2020)이고 반지름이 2020인 원이라 하고,  $C_2$ 를 중심이 (2020,2020)이고 반지름이 4040인 원이라 하자. 이 두 원에 시계반대 방향의 향(orientation)이 주어졌을 때, 선적분  $\int_{C_1} Pdx + Qdy$ 의 값을  $a_1$ 이라 하고, 선적분  $\int_{C_2} Pdx + Qdy$ 의 값을  $a_2$ 라 하자. 이 때,  $a_1 - a_2$ 의 값을 구하시오.

- ① 0   ②  $-2020\pi$    ③  $-4040\pi$    ④  $2\pi$    ⑤  $-2\pi$

15. 3차원 공간 상에서  $y = xz$ 와  $x^2 + z^2 \leq 1$ 을 만족하는 모든 점들로 이루어진 곡면의 넓이를 구하시오.

- ①  $\frac{2\pi}{3}$    ②  $\frac{2\pi}{3}(2\sqrt{2}-1)$    ③  $\frac{4\pi}{3}(2\sqrt{2}-1)$    ④  $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$    ⑤  $\pi(2\sqrt{2}-1)$

16. 3차원 공간 상의 영역  $x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 4$ 에서 정의된 함수  $f(x,y,z) = x + yz$ 의 최댓값  $M$ 을 구하시오.

- ①  $\sqrt{2}$    ②  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$    ③  $\frac{7\sqrt{2}}{4}$    ④  $2\sqrt{2}$    ⑤ 2

17.  $\frac{\int_0^{\pi/2} (\cos x)^{2020} dx}{\int_0^{\pi/2} (\cos x)^{2018} dx}$  의 값을 계산하시오.

- ①  $\frac{2019}{2020}$     ②  $-\frac{2019}{2020}$     ③  $\frac{2019}{2}$     ④  $-\frac{2019}{2}$     ⑤  $\frac{2020}{2018}$

18. 다음 극한들 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

a.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$     b.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)(x^2 + xy + y^2)}{x^2 + y^2}$

c.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x(x^2 + y^2)}{x^2 + y^4}$     d.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$

- ① a,b    ② a,b,c    ③ a,b,c,d    ④ b,c    ⑤ d

19. 3차원 공간 상에서 평면  $4x - 2y + z = -1$ 의 점과 곡면  $z = x^2 + y^2 + 6$ 의 점 사이의 거리의 최솟값을 구하시오.

- ①  $\frac{1}{\sqrt{21}}$     ②  $\frac{2}{\sqrt{21}}$     ③  $\frac{3}{\sqrt{21}}$     ④  $\frac{5}{\sqrt{21}}$     ⑤  $\frac{7}{\sqrt{21}}$

20. 행렬  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 100 & -1 \\ 3 & -1 & -100 \end{pmatrix}$ 의 고윳값(eigenvalue)들을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라고 하자.

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ 의 값을 구하시오.

- ① 0    ② 1    ③ -10000    ④ 10014    ⑤ -10014

※ [21-30] 21번부터 30번까지의 문제는 다음 보기에서 답을 고르시오. 동일한 보기를 여러 문제에서 중복해서 사용할 수 있음.

[보기]

|                   |                     |                     |           |                 |
|-------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------------|
| ① $\frac{e}{2}$   | ② $-1$              | ③ $0$               | ④ $\pi+1$ | ⑤ $\frac{3}{4}$ |
| ⑥ $2\pi$          | ⑦ $4\pi$            | ⑧ $\frac{e^2}{2}$   | ⑨ $7$     | ⑩ $1$           |
| ⑪ $\frac{e-1}{2}$ | ⑫ $\frac{e^2+1}{2}$ | ⑬ $\frac{14\pi}{3}$ | ⑭ $8\pi$  | ⑮ $3e$          |
| ⑯ $4e$            | ⑰ $2$               | ⑱ $e-1$             | ⑲ $12$    | ⑳ $\frac{1}{2}$ |

21. 다음 세 무한급수의 수렴반경들 중 가장 큰 수렴반경과 가장 작은 수렴반경의 곱을 구하시오.

|  |   |  |
|--|---|--|
| a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!x^{n+1}}{n^n}$ | b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}x^{2n}}{9^n}$ | c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2x^n}{(2n)!}$ |
|--|---|--|

22. 정의역과 공역이 실수 전체이며 두 번 미분가능한 함수  $f(x)$ 가

$$f'(1) = 2f'(2) \neq 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(2x)-1)^2}{(x-1)f(x) - \ln x} = -2$$

를 만족할 때,  $f(1) + f(2) + f'(1) + f'(2)$ 의 값을 구하시오.

23. 정의역과 공역이 실수 전체인 함수  $f(x)$ 가 미분가능하고

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 3 \text{ 일 때, } \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+2) - f(x-2)] \text{ 를 구하시오.}$$

24. 좌표평면 상에서 극좌표로 기술된 두 곡선  $r = 1 + \sin \theta$ 와  $r = \cos \theta$ 에 대하여,  $r = 1 + \sin \theta$ 의 내부와  $r = \cos \theta$ 의 외부로 이루어진 영역의 넓이를 구하시오.

25. 복소수  $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여

$$\sum_{n=-1886}^{2019} (-1)^{n+\delta(n)} z^n = a + b\sqrt{3}i$$

일 때,  $ab$ 의 값을 구하시오. 단,  $a, b$ 는 실수이고, 함수  $\delta$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \geq 0, \\ 1, & n < 0. \end{cases}$$

26. 다음 적분값을 계산하시오.

$$\int_0^2 \int_0^{2-z} \int_0^{\sqrt{(2-z)^2 - y^2}} \sqrt{9(x^2 + y^2)} \, dx \, dy \, dz$$

27. 3차원 공간 상에서 곡면  $z = y^2/2$ 와 곡면  $\sqrt{3}e^{2x} = y$ 이 만나서 생기는 곡선 중  $1 \leq y \leq e$ 인 부분의 길이를 구하시오.

28. 3차원 공간 상에서 곡면  $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ 보다 위에 있고 구면  $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$  안에 있는 영역의 부피를 구하시오.

29. 좌표평면 상에서 점  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ ,  $(2,1)$ 을 세 꼭짓점으로 가지는 삼각형으로 둘러싸인 영역을  $A$ 라 할 때, 다음 적분값을 계산하시오.

$$\iint_A e^{(x-y)^2} dx dy$$

30. 3차원 공간 상에서 곡면  $S$ 가

$$xy + 2yz + 2zx = 28, \quad x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0$$

으로 주어져 있다.  $S$ 에 속하는 점  $(x_0, y_0, z_0)$ 에 대하여, 이 점을 지나고  $S$ 와 접하는 접평면을  $P$ 라 하고,  $P$ 와  $xy$ 평면이 이루는 이면각을  $\theta_1$ ,  $P$ 와  $yz$ 평면이 이루는 이면각을  $\theta_2$ , 그리고  $P$ 와  $xz$ 평면이 이루는 이면각을  $\theta_3$ 라고 하자.  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$ 을 만족시키는  $S$ 의 점  $(x_0, y_0, z_0)$ 에 대하여,  $x_0 + y_0 + z_0$ 의 값을 구하시오.